



تمرینات

دستگاه‌های معادلات دیفرانسیل

۱- تعیین کنید که دستگاه‌های معادلات دیفرانسیل زیر از کدام نوع و چگونه می‌باشند؟ «خطی یا غیر خطی، همگن یا غیر همگن و...»

$$\lambda) \begin{cases} y'_1 = ry_1 - ry_2 + y_r + e^{-x} \cos(x) \\ y'_r = ry_1 + y_r + ry_r - e^x \sinh(x) \\ y'_r - y_r = \Delta y_r - y_1 + rx \end{cases}$$

$$9) \begin{cases} (rD^r + 1 - D)y_1 + (D^r + 1)y_r + (D + 1)y_r = x \\ (D - 1)y_1 + D^r y_r + D^r y_r = e^{-x} \\ (D^r - rD^r + rD)y_1 + (D^r - r)y_r + (D - 1)y_r = 0 \end{cases}$$

$$10) \begin{cases} (D^r - rD^r + 1)y_1 + (D - 1)y_r + Dy_r - y_r = t^r - t \\ (D + 1)y_1 + (D^r - rD^r)y_r + y_r - rDy_r = t \\ (D - 1)y_1 + y_r - (D^r + rD^r)y_r - D^r y_r = te^{-t} \\ y_1 + \Delta y_r + (D^r + 1)y_r + D^r y_r = t - te^t \end{cases}$$

- معادلات زیر را به دستگاه معادلات تبدیل نمایید؟

$$1) y'' + P(x)y' + Q(x)y = R(x) \rightarrow \begin{cases} y(0) = y_0 \\ y'(0) = y'_0 \end{cases}$$

$$r)y'' + ry' + x^r y = 0$$

$$r)x^r y''' + rxy' + (x + r)y = x \cosh(x)$$

$$r)xy'''' + y = x$$

$$5)v'' + v'' + rv = \Delta \cos(t)$$

$$1) \begin{cases} x' + rx + ry = 0 \\ rx + y' + ry = re^{rt} \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x'_1 = x_1 - rx_r \\ x'_r = rx_1 - \Delta x_r \end{cases}$$

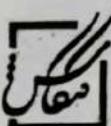
$$3) \begin{cases} x'_1 = rx_1 - rx_r + rt \\ x'_r = \Delta x_1 - rx_r + r \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} tx' + y = \cos(t) \\ x + y' = \sin(t) \end{cases}$$

$$5) \begin{cases} y \frac{dy}{dx} = \frac{x}{t} \\ y^r \frac{dt}{dx} = x \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} a \frac{dx}{dt} + y = a \cos(t) \\ x - \frac{1}{a} \frac{dy}{dt} = \sin(t) \end{cases}$$

$$7) \begin{cases} \frac{dx}{dt} = y \\ \frac{dy}{dt} = x + z \\ \frac{dz}{dt} = -x - z \end{cases}$$



$$f) \begin{cases} y_1'' + 2y_1' + 2y_2' = e^x \\ y_2'' - y_1' - 2y_2' = -x \end{cases}$$

$$g) y''' - 2y'' + y' - 2y = \sin(t)$$

$$h) u'' + 2u' - u = t^2 + t$$

$$i) x^2 y'' + 2xy' - \ln(x).y = \sin(x)$$

$$j) z''' - 2z' + 2z'' = te^{-t}$$

$$k) ax' + bx'' - x = e^t$$

۵- دستگاه‌های معادلات دیفرانسیل زیر را به فرم ماتریس بازنویسی کنید؟

$$l) \begin{cases} y' + x + y = t \\ y' - 2x + 2y = t^2 \end{cases}$$

۳- دستگاه‌های معادلات زیر را به معادله دیفرانسیل تبدیل نمایید؟

$$m) \begin{cases} x'' + y' + 2\sin(t)x + \cos(t)y = \operatorname{Arctg}(t) \\ y'' + x' + \Delta t^2 y' + t^2 y - x = \operatorname{Arc cot}(t) \end{cases}$$

$$n) \begin{cases} x' = ax + by + f_1(t) \\ y' = cx + dy + f_2(t) \end{cases}$$

$$o) \begin{cases} e^{rt}x' + \sec(t)y = t \\ y' + e^{-rt}x + t^2 y = 1 \end{cases}$$

$$p) \begin{cases} Dy = \lambda e^{-rt} \\ tDx = x - y \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y(0) = 1 \\ x(\frac{1}{r}) = e^r \end{cases}$$

$$q) \begin{cases} tx' + t^2 y' + t^2 x - z = t^2 \\ e^{-t}y' + 2z - \lambda t^2 x = 1 \\ z' - \cos(t)x + y = \operatorname{tg}(t) \end{cases}$$

$$r) \begin{cases} u'' - u' + 2v'' + \Delta u = e^t \\ -2u + v'' + 2v = -2t^2 \end{cases}$$

$$s) \begin{cases} x' + 2x + 2y = 2e^{rt} \\ rx + y' - ry = 0 \end{cases}$$

$$t) \begin{cases} u'_1 - 2u_1 = -2u_2 + rt \\ u'_2 - \lambda u_1 = -2u_2 + r \end{cases}$$

$$u) \begin{cases} u'_1 = u_2 - u_1 + 2u_1 + e^{-x} \sin(x) \\ u'_2 = u_1 - \Delta u_2 + u_2 + 2e^{-x} \cos(x) \\ u'_2 = 2u_1 + u_2 - e^x \end{cases}$$

۶- دستگاه‌های معادلات دیفرانسیل زیر را به کمک روش حذفی حل نمایید؟

$$v) \begin{cases} (D - 2\Delta)x - 2y = 0 \\ (D - 4)y + \Delta x = e^t \end{cases}$$

۴- مرتبه دستگاه‌های معادلات دیفرانسیل زیر را با استفاده از تغییر متغیرهای مناسب یک مرتبه کاهش دهید؟

$$w) \begin{cases} (D + 1)x + (D + 2)y = \cos(t) \\ (2D + 1)y + (2D + \Delta)x = \sin(t) \end{cases}$$

$$x) \begin{cases} x'' + y' - z'' = t - 1 \\ x' + 2y'' - z' = 1 + e^{rt} \\ y' + 2z'' = \sin(t) \end{cases}$$

$$y) \begin{cases} (D + 5)x + (D + 2)y = 2 \\ (2D - 2)x + (2D - 2)y = 2 \end{cases}$$

$$z) \begin{cases} x_1''' + x_2' - x_3'' = F(t) \\ x_2'' - x_3''' + x_1' = G(t) \\ x_3''' + 2x_2' - x_1'' = H(t) \end{cases}$$

$$aa) \begin{cases} (D + 4)y + (2D + 1)x = e^{rt} + \sin(t) \\ (D + 2)x + (2D - 1)y = 0 \end{cases}$$

$$bb) \begin{cases} y_1'' + 2y_1' - 2y_2' + y_2'' = 12 \\ 2y_1' - 2y_2'' + 2y_2' = 0 \\ y_2'' + 2y_2' - 2y_1' = -2 \end{cases}$$



۷- دستگاههای معادلات دیفرانسیل زیر را به کمک روش
کرامر حل نمایید؟

$$1) \begin{cases} x'' - \gamma y = \gamma e^t \\ y'' - \gamma x = \sin(t) \end{cases}$$

$$\gamma) \begin{cases} \frac{dx_1}{dt} - \frac{dx_\gamma}{dt} - x_\gamma = te^t \\ \frac{d^\gamma x_1}{dt^\gamma} + \frac{d^\gamma x_\gamma}{dt^\gamma} - \frac{dx_\gamma}{dt} + x_1 - x_\gamma = t^\gamma \end{cases}$$

$$\gamma) \begin{cases} (\mathbf{D}^\gamma - \gamma \mathbf{D} + \gamma)x_1 + (\mathbf{D} - 1)x_\gamma = 0 \\ (\mathbf{D} + 1)x_\gamma + (\mathbf{D} - \gamma)x_1 = 0 \end{cases}$$

$$\gamma) \begin{cases} \gamma u + (\mathbf{D}^\gamma - \gamma \mathbf{D})v = \Delta \\ (\mathbf{D} - \gamma)v + (\mathbf{D} + \gamma)u = 0 \end{cases}$$

$$\Delta) \begin{cases} \mathbf{D}^\gamma x + (\mathbf{D} + \gamma)y = 0 \\ (\mathbf{D} + \gamma)x + y = \sin(t) \end{cases}$$

$$\gamma) \begin{cases} (\mathbf{D}^\gamma - \gamma \mathbf{D})x_1 + (\mathbf{D}^\gamma + \gamma \mathbf{D} + \gamma)x_\gamma = 0 \\ (\mathbf{D}^\gamma - \gamma \mathbf{D} + \gamma)x_1 + (\mathbf{D}^\gamma + \gamma \mathbf{D})x_\gamma = 0 \end{cases}$$

$$\gamma) \begin{cases} x' - \gamma y = 0 \\ y' - x = \gamma y \end{cases}$$

$$\lambda) \begin{cases} \gamma x = x' + \Delta y \\ y' = -x - \gamma y \end{cases}$$

$$\gamma) \begin{cases} x' - \gamma x = \gamma y \\ y' + x = \lambda y \end{cases}$$

$$\gamma) \begin{cases} \gamma x' + y' - y = \gamma \\ \gamma x' + y' = t^\gamma \end{cases}$$

$$\gamma) \begin{cases} \frac{dx}{dt} - \Delta x - \gamma y = -\gamma e^{-t} + 1 \\ \frac{dy}{dt} + x - y = e^{-t} - \Delta t + \gamma \end{cases}$$

$$\gamma) \begin{cases} Dy = \gamma x + \gamma y - \gamma \\ Dx = \gamma x - y - \gamma t \end{cases}$$

$$5) \begin{cases} x' + \gamma y = \sinh(t) \\ x + y' = \cosh(t) \end{cases}$$

$$\gamma) \begin{cases} (\mathbf{D} + 1)x + (\mathbf{D} + \gamma)y = e^{-\gamma t} \\ x' + y + y' + x = -ve^t \end{cases}$$

$$\gamma) \begin{cases} \frac{dx}{dt} + x + \frac{dy}{dt} = e^{\lambda t} \\ y + \gamma \frac{dy}{dt} + \gamma \frac{dx}{dt} + x = \sin(t) \end{cases}$$

$$\lambda) \begin{cases} \gamma \frac{dx}{dt} + \gamma x + \frac{dy}{dt} + y = e^{-t} \\ \frac{dx}{dt} + y + \gamma x + \gamma y = e^t + e^{-t} \end{cases}$$

$$\gamma) \begin{cases} x' + x + \gamma y = 1 \\ y' + y + \gamma x = \gamma \end{cases}$$

$$\gamma) \begin{cases} \gamma x' + \gamma x + \gamma y' + \gamma y = \sin(\gamma t) \\ \gamma x' + \gamma y' + \gamma x + \gamma y = \gamma \end{cases}$$

$$\gamma) \begin{cases} \mathbf{D}^\gamma y + Dx = 0 \\ Dy + (\mathbf{D} - \Delta)x = \Delta De^t \end{cases}$$

$$\gamma) \begin{cases} (\gamma \mathbf{D}^\gamma + \lambda) + y(\gamma \mathbf{D}^\gamma + \gamma)x = -\lambda \\ (\gamma \mathbf{D}^\gamma + 1)y + (\mathbf{D}^\gamma + \gamma)x = \lambda \Delta \end{cases}$$

$$\gamma) \begin{cases} (\mathbf{D}^\gamma + \gamma)y + x = \sin^\gamma(t) \\ -\gamma y + (\mathbf{D}^\gamma + 1)x = \cos^\gamma(t) \end{cases}$$

$$\gamma) \begin{cases} \frac{dy}{dt} + \gamma x + y + \frac{dx}{dt} = t \\ \gamma y + \frac{dy}{dt} + \Delta x + \frac{dx}{dt} = t^\gamma \end{cases}$$

$$\gamma) \begin{cases} (\gamma \mathbf{D}^\gamma + \gamma \mathbf{D} + 1)x_1 + (\mathbf{D}^\gamma - 1)x_\gamma = \gamma - t \\ (\mathbf{D} - 1)x^\gamma + (\mathbf{D} + 1)x_1 = t - \gamma \end{cases}$$

$$9) \begin{cases} (D^r + D + 1)x + Dy = 0 \\ (D + \Delta)y - (D^r + D + 1)x = 0 \end{cases} \rightarrow$$

شرط اولیه $\begin{cases} x(0) = x'(0) = 0 \\ y(0) = 2 \end{cases}$

$$12) \begin{cases} (2D + 1)x - (D + \Delta)y = -3 \cos(t) \\ (D + 2)x + (D - \Lambda)y = \Delta \sin(t) \end{cases}$$

$$14) \begin{cases} (D + \Lambda)x + (3D - 3)y = 1 \\ -(D + \Lambda)y + (3D - 3)x = 2 \end{cases}$$

$$15) \begin{cases} x' - x = 2e^{rt} \\ y' + x' = \Delta y + \sin(3t) \end{cases}$$

- دستگاه‌های معادلات دیفرانسیل زیر را به کمک روش تبدیل لاپلاس حل نمایید؟

$$11) \begin{cases} x'' + 3x' - y' + 2x - y = 0 \\ x' + y' - 2x + y = 0 \end{cases} \rightarrow$$

شرط اولیه $\begin{cases} x(0) = x'(0) = 3 \\ y(0) = -1 \end{cases}$

$$13) \begin{cases} y + rDy + D^r x = 0 \\ D^r x + ry = te^t \end{cases} \rightarrow$$

شرط اولیه $\begin{cases} x(0) = y(0) = 0 \\ x'(0) = \Lambda \end{cases}$

$$11) \begin{cases} (2D^r + 2)x + (D^r + \Delta)y = -\Lambda \cos(3t) \\ (D^r + \Lambda)x + (D + 2)y = \Lambda \cos(3t) \end{cases} \rightarrow$$

شرط اولیه $\begin{cases} x(0) = y(0) = 0 \\ x'(0) = y'(0) = 0 \end{cases}$

$$14) \begin{cases} \sqrt{3}x'' + \Delta y'' + x = 0 \\ \sqrt{3}y'' + \Delta x + x'' = 0 \end{cases} \rightarrow$$

شرط اولیه $\begin{cases} x(0) = y(0) = 0 \\ x'(0) = y'(0) = 0 \end{cases}$

$$17) \begin{cases} x^r + y^r + x - 2y + 9x + 12y - 6 = 0 \\ y' + 2x' + 2y + x = \Lambda e^{-rt} \end{cases} \rightarrow$$

شرط اولیه $\begin{cases} x(0) = y(0) = 1 \\ x'(0) = y'(0) = -1 \end{cases}$

$$18) \begin{cases} tx + y' = \cos(t) \\ x' + y = \sin(t) \end{cases} \rightarrow$$

شرط اولیه $\begin{cases} x(0) = 0 \\ y(0) = 0 \end{cases}$

$$18) \begin{cases} x_1'' + 1 \cdot x_1 - rx_2 = 0 \\ x_2'' + rx_1 + rx_2 = e^{rt} \end{cases} \rightarrow$$

شرط اولیه $\begin{cases} x_1(0) = x_2(0) = 0 \\ x_1'(0) = x_2'(0) = 1 \end{cases}$

- دستگاه‌های معادلات دیفرانسیل زیر را به کمک روش مقادیر ویژه ماتریس حل نمایید؟

$$19) \begin{cases} y' = -2x + y - 3 \\ x' = -3x + y + t \end{cases}$$

$$19) \begin{cases} rDx + (D^r - D)y = 0 \\ -(D + 3)x + y = \Delta e^{\Delta t} \end{cases} \rightarrow$$

شرط اولیه $\begin{cases} x(0) = y(0) = 1 \\ x'(0) = y'(0) = 1 \end{cases}$

$$20) \begin{cases} x' = x + 2y + \Delta e^{rt} \\ y' = 3x + 3y \end{cases}$$

$$20) \begin{cases} (D^r + 1)y + rDx = 0 \\ -r(D^r + 1)y + r(D^r + 2)x = 0 \end{cases} \rightarrow$$

شرط اولیه $\begin{cases} x(0) = y(0) = 2 \\ x'(0) = y'(0) = \sinh(2) \end{cases}$

$$21) \begin{cases} y + y' = \sin(t) + x \\ 3y + x = -\sin(t) + \Delta y' \end{cases}$$

$$22) \begin{cases} (D - r)x_1 + 3x_2 = 0 \\ -x_1 + (D + r)x_2 = 0 \end{cases}$$



$$6) \begin{cases} (D - 1)y + (D + 1)z = 0 \\ (D - 1)z + (D - 1)y = 0 \end{cases}$$

جواب: هر دو حالت بر حسب ضرایب ممکن است

۱۱- دستگاه‌های معادلات دیفرانسیل زیر را حل کنید؟

$$1) x + y - z' = 0, x - y' + z = 0, x' + y - 2y' = 0$$

$$2) -z' + z - 2y + 2x' = 0, 2x + y'' = e^{-t}, x' + z' = t^2$$

$$3) x' + 2x = y + z, z' - \lambda z = y, y' - y = \lambda z - x$$

$$4) 2x = y', x' = \lambda x, z' - \lambda z = y, z' = 2z - \lambda x + y$$

$$5) \begin{cases} y' + z' + 2y - z = 2 + e^{2t} \\ x' + y' + 2y - x = 1 + e^{2t} \\ z' + x' + \lambda y - z = 2 + e^{2t} \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} (D - 1)y = 0 \\ -Dx + (D - 2)y = 0 \\ 2x + y + (D - 2)z = 0 \end{cases}$$

$$7) \begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = 0 \\ x_2 + x_3 = 1 \\ -2x_1 + x_3 = 1 \end{cases}$$

$$8) \begin{cases} 2u + 2v + 2\omega = 2 \\ v - 2\omega + z = 0 \\ -\omega + 2u + z = -1 \\ 2u + v - z = 0 \end{cases}$$

$$9) \begin{cases} x' + y' = \cosh(t) \\ y' + z' = 2e^t + e^{-t} \rightarrow \begin{cases} x(0) = 0 \\ y(0) = 0 \\ z(0) = 0 \end{cases} \\ x' + z' = \sinh(t) \end{cases}$$

$$10) \begin{cases} (D + 1)u + (D + 2)v + (2D + 2)\omega = e^t \\ (2D + 1)u + (D + 2)V + (2D + 1)\omega = 0 \\ (D + 2)u + (2D + 1)V + (4D + 13)\omega = 0 \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} Dx = x + y - 2t \\ Dy = 2x - y + 2 - 6t \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} + 2x = -4y \\ \frac{dy}{dt} - x = -y \end{cases}$$

$$7) \begin{cases} x'_1 - 2x_2 = x_1 \\ x'_2 - 2x_1 = -2x_2 \end{cases}$$

$$8) \begin{cases} x'_1 + x_2 = x_1 \\ x'_2 - x_1 = 2x_1 + 2x_2 \\ x'_2 = -x_1 + 2x_2 \end{cases}$$

$$9) \begin{cases} u'_1 = -u_1 - u_2 \\ u'_2 = u_1 + u_2 + 2u_3 \\ u'_3 = -2u_1 + 2u_2 - u_2 \end{cases}$$

$$10) \begin{cases} x' = x + 2y - z \\ y' = -x + y + 2z \\ z' = 2x + 2y - 2z \end{cases}$$

۱۰- در مورد جواب هر یک از دستگاه‌های معادلات دیفرانسیل زیر بحث کنید؟

$$1) \begin{cases} 5Dx - 5Dy = 5e^t \\ 10Dx - 10Dy = 10e^t \end{cases}$$

جواب: نامتناهی

$$2) \begin{cases} (D^2 + 16)y + (D^2 + 16)x = 0 \\ (D^2 - 1)y + (D^2 - 1)x = 0 \end{cases}$$

جواب: نامتناهی

$$3) \begin{cases} D^2x + 2D^2y = e^t \\ 2D^2y - \sin(t) = -D^2x \end{cases}$$

جواب: ندارد

$$4) \begin{cases} (D - 5)x + (D - 5)y = t^5 \\ (D + 2)y + (D + 2)x = t \end{cases}$$

جواب: ندارد

$$5) \begin{cases} Dx - Dy = t \\ x' - y' = e^t \end{cases}$$

جواب: ندارد



فصل هفتم - دستگاههای معادلات دیفرانسیل

$$10) y' = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} y$$

$$11) u' = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} u$$

$$12) u' = \begin{bmatrix} 0 & -v \\ v & 0 \end{bmatrix} u$$

$$13) u' = \begin{bmatrix} -3 & -1 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} u$$

$$14) u' = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 4 & -3 \end{bmatrix} u$$

$$15) u' = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} u$$

13- جواب دستگاههای معادلات دیفرانسیل زیر را بیابید؟

(دستگاههایی به فرم ماتریس 2×2 از نوع غیر همگن)

$$1) x' = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} e^{-rt} \\ e^{rt} \end{bmatrix}$$

$$2) x' = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ \Delta e^t \end{bmatrix}$$

$$3) \begin{bmatrix} -1 & 4 \\ -1 & r \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} e^{rt} \\ e^{rt} \end{bmatrix}$$

$$4) x' = \begin{bmatrix} 4 & -r \\ 1 & -2 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 2e^{rt} \\ 4e^{rt} \end{bmatrix}$$

$$5) x' = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & r \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} t^r \\ t \end{bmatrix}$$

$$6) y' = \begin{bmatrix} r & r \\ r & -1 \end{bmatrix} y + \begin{bmatrix} t+1 \\ -t^r \end{bmatrix}$$

$$7) y' = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 5 & -1 \end{bmatrix} y + \begin{bmatrix} \sin(t) \\ \cos(t) \end{bmatrix}$$

$$11) \begin{cases} 11u + 8V + 2\omega = \frac{du}{dt} \\ 8u + 5V - 1.\omega = \frac{dv}{dt} \\ 2u - 1.V + 2\omega = \frac{d\omega}{dt} \end{cases}$$

$$12) \begin{cases} 2Dx_1 - Dx_2 + D^r x_2 = r \\ Dx_2 - 2x_2 + x_1^r = re^{rt} \\ Dx_2 + tx_1 + Dx_1 - e^{rt} = rt(1 + e^{-t} + e^{rt}) \\ D^r x_2 + x_2^r + D^r x_1 = r + rte^{rt} \end{cases}$$

12- جواب دستگاههای معادلات دیفرانسیل زیر را بیابید؟
(دستگاههایی به فرم ماتریس 2×2 از نوع همگن)

$$1) x' = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} x$$

$$2) x' = \begin{bmatrix} 6 & -1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} x$$

$$3) x' = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} x$$

$$4) x' = \begin{bmatrix} 4 & 4 \\ -3 & 1 \end{bmatrix} x$$

$$5) x' = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} x$$

$$6) y' = \begin{bmatrix} 6 & -3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} y$$

$$7) y' = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} y$$

$$8) y' = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} y$$

$$9) y' = \begin{bmatrix} 5 & -1 \\ 4 & -1 \end{bmatrix} y$$



$$5) y' = \begin{bmatrix} 2 & 6 & -5 \\ 1 & -1 & 0 \\ 2 & 5 & 2 \end{bmatrix} y$$

$$6) x' = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & 4 & -1 \\ 6 & 5 & 2 \end{bmatrix} x$$

$$7) x' = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 6 & 2 & -5 \\ 9 & 0 & 4 \end{bmatrix} x$$

$$8) x' = \begin{bmatrix} 2 & 4 & -5 \\ 6 & -8 & 5 \\ 2 & 0 & -1 \end{bmatrix} x$$

$$9) u' = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 7 \\ -1 & 0 & 3 \\ 2 & 8 & 1 \end{bmatrix} u$$

$$10) u' = \begin{bmatrix} 2 & -3 & -1 \\ -2 & 0 & 4 \\ 0 & -1 & 2 \end{bmatrix} u$$

۱۵- جواب دستگاه‌های معادلات دیفرانسیل زیر را بیابید
(دستگاه‌هایی به فرم ماتریس 3×3 از نوع غیر همگن)

$$11) x' = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 2 & -2 & 2 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} -e^{-t} \\ e^t \\ -e^{-t} \end{bmatrix}$$

$$12) x' = \begin{bmatrix} -1 & -2 & -2 \\ 2 & 4 & 6 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} e^{rt} \\ 2e^{rt} \\ 2e^{rt} \end{bmatrix}$$

$$13) x' = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} e^{-rt} \\ t \\ t \end{bmatrix}$$

$$14) y' = \begin{bmatrix} a & 0 \\ 1 & a \end{bmatrix} y + \begin{bmatrix} te^t \\ t^r \end{bmatrix}$$

$$15) y' = \begin{bmatrix} r & -2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} y + \begin{bmatrix} e^{-t} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$16) y' = \begin{bmatrix} -2 & 2 \\ 0 & 5 \end{bmatrix} y + \begin{bmatrix} -e^{-t} \\ t \end{bmatrix}$$

$$17) u' = \begin{bmatrix} 0 & r \\ -1 & 5 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} e^t + e^{-t} \\ e^{-t} \end{bmatrix}$$

$$18) u' = \begin{bmatrix} 1 & r \\ -1 & 2 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} e^{-rt} \\ -re^{-rt} \end{bmatrix}$$

$$19) u' = \begin{bmatrix} 1 & r \\ r & -2 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} r \\ rt \end{bmatrix}$$

$$20) u' = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 5 \cdot e^t \\ -t^r \end{bmatrix}$$

$$21) u' = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} \cos^r(t) \\ \sin^r(t) \end{bmatrix}$$

۱۴- جواب دستگاه‌های معادلات دیفرانسیل زیر را بیابید
(دستگاه‌هایی به فرم ماتریس 3×3 از نوع همگن)

$$1) y' = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 1 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 0 \end{bmatrix} y$$

$$2) y' = \begin{bmatrix} 2 & 9 & 8 \\ 3 & 7 & -2 \\ 7 & 1 & 2 \end{bmatrix} y$$

$$3) y' = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -2 \\ 6 & -2 & 1 \\ 9 & 2 & 1 \end{bmatrix} y$$

$$4) y' = \begin{bmatrix} 3 & -2 & 7 \\ 5 & 4 & -3 \\ 2 & 0 & 6 \end{bmatrix} y$$

۱۷- جواب عمومی دستگاه‌های معادلات دیفرانسیل زیر
دارای چند ثابت اختیاری است؟

$$r) \begin{cases} D^r x + D^r y - 5x + 5y = e^t \\ Dx + D^r y + D^r x = t \sinh(t) \end{cases}$$

$$r) \begin{cases} \frac{dx}{dt} + \frac{d^r y}{dt^r} + x + y = 0 \\ \frac{dx}{dt} + 4 \frac{d^r y}{dt^r} + \frac{dy}{dt} + x = 0 \end{cases}$$

۱۸- در دستگاه زیر مقدار v_P چقدر است؟

$$5) \begin{cases} \frac{dx}{dt} - 3x + 2y = 2e^{2t} \\ \frac{dy}{dt} - x + 4y = 6e^{2t} \end{cases}$$

۱۹- دستگاه‌های معادلات دیفرانسیل زیر را با تغییر متغیر $x = u(t)t^m$ به دستگاه معادلات دیفرانسیل با ضرایب ثابت تبدیل کرده و حل نمایید؟

$$6) tx' = \begin{bmatrix} 6 & 1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} x$$

$$7) tx' = \begin{bmatrix} 2 & -5 \\ 3 & -7 \end{bmatrix} x$$

$$8) tu' = \begin{bmatrix} 1 & 6 & 2 \\ 3 & -7 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \end{bmatrix} u$$

۹) سیستم الکتریکی زیر را در نظر بگیرید. در این سیستم مقاومت

$$R = 5\Omega \quad \text{و ضرایب خودالقابی به ترتیب برابر } \frac{1}{90} \text{ و } L_1 = \frac{1}{40} \text{ است.}$$

$$L_2 = \frac{1}{40} \quad \text{و منبع جریان } E = 100V$$

$$I_1(0) = I_2(0) = 0 \quad \text{مقدار } I_1(0) = I_2(0) = 0$$

(راهنمایی: دستگاه معادلات دیفرانسیل به فرم زیر در می‌آید)

$$\begin{cases} L_1 \frac{dI_1}{dt} + RI_1 + RI_2 = E(t) \\ L_2 \frac{dI_2}{dt} + RI_2 + RI_1 = E(t) \end{cases}$$

$$r) u' = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} t^2 \\ \cos(t) \\ e^t \end{bmatrix}$$

$$5) u' = \begin{bmatrix} 3 & 4 & -5 \\ 6 & -8 & 7 \\ 11 & 10 & 9 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} e^{-t} \\ e^t \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$6) u' = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 1 & 5 & 2 \\ 0 & 2 & 4 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} e^{-t} \\ te^t \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$7) y' = \begin{bmatrix} 0 & -2 & -1 \\ -2 & 4 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} y + \begin{bmatrix} e^t \\ e^{-t} - e^t \\ t \end{bmatrix}$$

$$8) z' = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 5 \\ -2 & 2 & 3 \\ 0 & -1 & 2 \end{bmatrix} z + \begin{bmatrix} t^2 \\ t+1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$9) z' = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 2 \\ 4 & 0 & -2 \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix} z + \begin{bmatrix} \cos(t) \\ t^2 - t \\ \sin(t) \end{bmatrix}$$

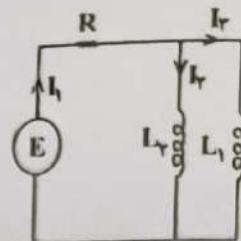
$$10) v' = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 3 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} v + \begin{bmatrix} ve^{-vt} \\ 2e^{-vt} \\ -ve^{-vt} \end{bmatrix}$$

۱۶- دستگاه‌های معادلات دیفرانسیل زیر را با تغییر متغیر

$\omega = \ln(t)$ یا $t = e^\omega$ حل نمایید؟

$$1) \begin{cases} tx' - 2x - 3y = 0 \\ ty' - 2x - y = 0 \end{cases}$$

$$r) \begin{cases} tx' - x = y \\ ty' + 3x = 5y \end{cases}$$



۱۰) در شبکه الکتریکی زیر مقاومت‌ها به ترتیب $R_2 = 2\Omega$, $R_1 = 1\Omega$ و ضرایب خودالقابی $L_1 = L_2 = 10$ و منبع جریان $E(t) = 100\sin(t)V$ است (شرط اولیه $I_1(0) = I_2(0) = 0$) مقدار جریان‌های I_1 , I_2 , I_r را در زمان t دست آورید؟ (راهنمایی: دستگاه معادلات دیفرانسیل به فرم زیر در می‌آید)

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_1 + R_2}{L_2} & \frac{R_2}{L_2} \\ \frac{R_2}{L_1} & -\frac{R_2}{L_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{E(t)}{L_2} \\ 0 \end{bmatrix}$$

