



تمرینات

حل معادلات دیفرانسیل به کمک سری‌های توانی

$$6) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{n}{\gamma n - 5}$$

۳- شعاع همگرایی هر یک از سری‌های توانی زیر را بیابید؟

$$1) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n}{\gamma^n} x^n$$

$$2) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\gamma x + 1)^n}{n^\gamma}$$

$$3) \sum_{n=0}^{\infty} (x - \gamma)^n$$

$$4) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{\gamma n}}{n!}$$

۴- فاصله همگرایی هر یک از سری‌های توانی زیر را بیابید؟

$$1) \sum_{n=0}^{\infty} \gamma^n x^n$$

$$2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x + \gamma)^{\gamma n - 1}}{\gamma n - 1}$$

$$3) \sum_{n=1}^{\infty} (x + 1)^n n!$$

$$4) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(n + 1)^\gamma} x^n$$

۱- بسط تیلور توابع زیر را حول نقطه‌ی مشخص شده بدست آورید؟

$$1) \operatorname{tg}(x), \quad x_0 = 0$$

$$2) \operatorname{cot}(x), \quad x_0 = 0$$

$$3) \sin^\gamma(x), \quad x_0 = \frac{\pi}{\gamma}$$

$$4) xe^x, \quad x_0 = 1$$

$$5) \sin(x)\cos(x), \quad x_0 = \frac{\pi}{3}$$

$$6) \ln(x), \quad x_0 = 1$$

۲- سری‌های زیر را از نظر همگرایی یا واگرایی بررسی کنید؟

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x + 1)^n}{n \gamma^n}$$

$$2) \sum_{n=0}^{\infty} (x - \gamma)^n$$

$$3) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{\gamma n}}{n!}$$

$$4) t + t + t + \dots + t$$

$$5) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\gamma n}{\gamma n + \gamma}$$



$$4) 2x^2y'' - 3x(1-x)y' + 2y = 0$$

۵- نوع نقاط تکین در هر گروه از معادلات دیفرانسیل زیر را
بیان کنید؟ (پس از مشخص نمودن نقاط تکین)

$$5) (x^2 - 4x + 3)y'' + x^2y' - 4y = 0$$

$$1) (x-1)^2y'' + 2xy' + (x-1)y = 0$$

$$x=0, \quad x=1$$

$$6) x(1+x)y'' + (1+5x)y' + 3y = 0$$

$$7) (x^2 - 4x + 3)y'' + x^2y' - 4y = 0$$

$$8) 4x^2y'' + 8x(x+1)y' + y = 0$$

$$9) x(3-x)y'' - (3-x)y' + 6xy = 0$$

$$10) x^2y'' + x^2y' - 2y = 0$$

$$11) x^2(x^2 - 9)y'' + 6xy' - x^2y = 0$$

$$12) x^2y'' + x^2y' - 2y = 0$$

$$13) y'' + x^2y = 1 + x + x^2$$

$$14) (x^2 + 1)(x - 4)^2y'' + (x - 4)^2y' + y = 0$$

$$15) x^2y'' + 4y = 0$$

$$16) (1 + 4x^2)^2y'' + 6x(1 + 4x^2)y' - 9y = 0$$

۶- در هر یک از گروه معادلات دیفرانسیل زیر جواب را در
همایگی نقطه تکین عادی آن بدست آورید؟

$$1) (1 - 4x^2)y'' + 8y = 0$$

$$2) y'' + 2xy' + 5y = 0$$

$$3) x(x-1)^2y'' + 3xy' + (x-1)y = 0$$

$$4) x(x-3)y'' - (x-3)y' + 5xy = 0$$

$$5) (x^2 - 2x + 2)y'' - (x-1)y' + 6y = 0$$

$$6) (x^2 + 4)y'' + xy' - 9y = 0$$

$$7) (2x^2 + 1)y'' - 5xy' + 3y = 0$$

۷- در هر یک از گروه معادلات دیفرانسیل زیر جواب را در
همایگی نقطه تکین غیرعادی منظم آن بدست آورید؟

$$1) 2x^2y'' + xy' - y = 0$$

$$2) (x^2 + 1)(x - 4)^2y'' + (x - 4)^2y' + y = 0$$

$$3) 2x(x+3)y'' - 3(x+1)y' + 2y = 0$$