

## تمرینات

### معادلات دیفرانسیل خطی مرتبه دوم و بالاتر

۱- رونسکین توابع زیر را بدست آورید؟

$$۱) f_1(x) = e^{-x}, \quad f_2(x) = \ln(x^r)$$

$$۲) f_1(x) = x, \quad f_2(x) = 1.$$

$$۳) f_1(x) = e^{rx}, \quad f_2(x) = -r e^{rx}$$

۴- معادلات دیفرانسیل زیر را از نظر همگن بودن یا نبودن، خطی یا غیر خطی، ضرایب ثابت یا متغیر و ... دسته‌بندی کنید؟

$$۱) 2y'' - 2xy' + 2y = e^x$$

$$۲) y'' + ry' + dy^r = 1$$

$$۳) ry'' + \frac{r}{x} y' + y^r = 0$$

$$۴) (x-1)y'' + (x+1)y' - 2xy = 0$$

$$۵) (y'' - ry' + ry)(y'' - y) = 0$$

$$۶) (y' - r)(y' + y) = 1 \cdot e^{rx}$$

$$۷) xy'' + xy' + xy = x - 1$$

$$۸) xy'' + xy' + xy = 0$$

$$۹) x^r y'' - xy' + (x^r + 1)y = 0$$

$$۱۰) x^r y'' + xy' + \left(x^r - \frac{1}{r}\right)y = e^{\Delta x} \cos(rx)$$

$$۱) y_1 = e^x, \quad y_2 = x^r + rx$$

$$۲) y_1 = \cos(x), \quad y_2 = \sin(x)$$

$$۳) y_1 = e^x, \quad y_2 = e^{-x}, \quad y_3 = x$$

$$۴) y_1 = xe^x, \quad y_2 = x \ln(x)$$

$$۵) y_1 = \sin(rx), \quad y_2 = e^{rx}, \quad y_3 = x^r$$

۲- در هر یک از تمرین‌های زیر گرامی توابع را محاسبه کنید؟ (با توجه به فاصله‌ی تعریف آن‌ها)

$$۱) y_1 = e^{rx}, \quad y_2 = xe^{-x}, \quad [0, 1]$$

$$۲) y_1 = \sin(x), \quad y_2 = \cos(x), \quad [0, \pi]$$

$$۳) y_1 = 1 + x^r, \quad y_2 = x, \quad y_3 = \ln(x), \quad [1, r]$$

$$۴) y_1 = 1 - x, \quad t_1 = r^x, \quad [0, 1]$$

$$۵) y_1 = e^x, \quad y_2 = xe^{-x}, \quad t_1 = e^{-x}, \quad [1, 2]$$

۳- در مورد استقلال و یا وابستگی خطی هر یک از گروه توابع زیر بحث کنید؟

$$۱) f_1(x) = \Delta \cos(2x), \quad f_2(x) = 2 \cos(2x)$$

$$۲) f_1(x) = 1 + x^r, \quad f_2(x) = 2 + \frac{x^r}{r}$$



$$9) (\frac{d}{dx} - 12D - 6)y = 0$$

$$10) (D^2 - 5D - 2)y = 0$$

- معادله دیفرانسیل‌های زیر را با استفاده از روش لگرانژ

حل کنید؟

$$1) y'' - y' + 2 = \csc(2x)$$

$$2) y'' + 2y' + y = e^{-x} \operatorname{tg}^{-1}(x)$$

$$3) y'' - 2y' + 2y = \frac{e^{rx}}{e^x + 1}$$

$$4) y - 3y'' + 3y' - y = 2x e^x \ln(x)$$

$$5) y - 4y'' + 14y' - 8y = \ln(x)$$

$$6) (D^2 + 4D)y = 4 \cot(2x)$$

$$7) (D^2 - 4D + 2)y = \frac{1}{1+e^x}$$

$$8) (D^2 + 1)y = \csc(x) \sec(x)$$

- جواب معادله دیفرانسیل‌های زیر را با استفاده از روش-  
های کوشی - اویلر یا لگرانژ بدهست آورید؟

$$1) x^r y'' + 2xy' - 2y = 0$$

$$2) 2(x-1)^r y'' + 11(x-1)y' + 4y = 0$$

$$3) x^r y^{(r)} + rx^r y''' + rx^r y'' - ryx'y' + ry = 0$$

$$4) (x+2)^r y'' + 3(x+2)y' + y = 0$$

$$5) x^r y''' + xy' + 5y = 0$$

$$6) x^r y''' - 2xy' + 4y = 0$$

$$7) y'' + \frac{4}{x} y' + \frac{2}{x^r} y = 0$$

$$8) 2x^r y'' - 3xy' - 3y = 0$$

۵- جواب معادلات دیفرانسیل‌های زیر را بدهست آورید؟

$$1) y'' + y = 0$$

$$2) y'' - y = 0$$

$$3) y'' + 2y' - y = 0$$

$$4) 4y'' - 2y' + 2y = 0$$

$$5) y'' - \frac{2}{\Delta} y' + \Delta y = 0$$

$$6) y'' + 2y - y' = 0$$

۶- جواب معادله دیفرانسیل‌های زیر را بدهست آورید؟ (با  
استفاده از روش حدسی)

$$1) y'' + 2y' - y = e^x$$

$$2) y'' + 5y' = \sin(2x)$$

$$3) xy'' + 2xy' + 2xy = x^r + 1$$

$$4) y'' - 5y' + 2y = x^r e^{-x}$$

$$5) y'' + y' - y = x \sin(x)$$

۷- معادله دیفرانسیل‌های زیر را با استفاده از روش  
عملگرهای معکوس حل کنید؟

$$1) (D - 4)(D + 1)y = 15e^{rx}$$

$$2) D^r (D - 2)^r (D + 1)^r y = x$$

$$3) y + 2y'' + 3y = \sin(3x)$$

$$4) y'' + y' - 2y = (x^r + 2x)e^{-x}$$

$$5) (D^2 + 2D^r - D - 2)y = e^x + x^r$$

$$6) (D^r - D)y = 4 \cos(2x)$$

$$7) (D^2 + 2D^r + 2)y = \cos(x)$$

$$8) y'' + 2y' - 1 = xe^x \cos(x)$$